

## Exponenciális és logaritmusos kifejezések

- 1) Igazolja, hogy az alábbi négy egyenlet közül az a) és b) jelű egyenletnek pontosan egy megoldása van, a c) és d) jelű egyenletnek viszont nincs megoldása a valós számok halmazán!

a)  $\frac{2x^2 + x - 10}{2^{x-1} - 2} = 0$  (4 pont)

b)  $\sqrt{x+16} + \sqrt{x-9} = 5$  (4 pont)

c)  $\lg(x^2 + x - 6) = \lg(1 - x^2)$  (4 pont)

d)  $\sin x - 1 = \sqrt{\lg(\cos^2 x - 1,5 \cos x)}$  (4 pont)

- 2) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket!

a)  $(x - 2) \cdot \lg(x^2 - 8) = 0$  (5 pont)

b)  $x^2 - |x| = 6$  (5 pont)

- 3) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a)  $\lg(x + 7) + \lg(3x + 1) = 2$  (5 pont)

b)  $2^x = 3^{2x+1}$  (6 pont)

- 4) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\frac{x^2 - 10x - 24}{x^2 - x - 6} = \sin \frac{\pi}{2} + 2^{\log_2 9} \quad (11 \text{ pont})$$

- 5)

a) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!  
 $x^2 = |x - 6|$  (5 pont)

b) Oldja meg a valós számpárok halmazán az alábbi egyenletrendszert!  

$$\left. \begin{aligned} \lg(x + y) &= 2 \lg x \\ \lg x &= \lg 2 + \lg(y - 1) \end{aligned} \right\} \quad (9 \text{ pont})$$

- 6) Oldja meg az alábbi egyenleteket!

a)  $0,5^{2 - \log_{0,5} x} = 3$ , ahol  $x > 0$  és  $x \in \mathbb{R}$  (4 pont)

b)  $7 + 6 \log_x \frac{1}{2} = \log_2 x$ , ahol  $1 < x \leq 2$  és  $x \in \mathbb{R}$  (7 pont)

- 7) Oldja meg a következő egyenletrendszert, ha  $x$  és  $y$  valós számok, továbbá  $x > 0$ ,  $x \neq 1$  és  $y > 0$ ,  $y \neq 1$ .

$$\left. \begin{aligned} \log_x y + \log_y x &= 2 \\ \sin(2x + 3y) + \sin(4x + y) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (13 \text{ pont})$$

- 8) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left. \begin{aligned} \log_x(x^2 y^3) + \log_y(x^3 y) &= 9 \\ \cos(x + y) + \cos(x - y) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16 \text{ pont})$$

9) Az alábbi három kifejezés mindegyike esetén adja meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a kifejezés értelmezhető!

a)  $\cos(\log_2 \sqrt{x})$  (3 pont)

b)  $\sqrt{\log_2(\cos x)}$  (5 pont)

c)  $\log_{\sqrt{x}}(\cos^2 x)$  (5 pont)

10) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!

a)  $\sqrt{x+2} = -x$  (4 pont)

b)  $2^{2(x-1)(x+4)} = 4^{\frac{x-1}{x+4}}$  ( $x \neq -4$ ) (7 pont)

11)

a) Igazolja, hogy a  $\left(-\frac{1}{2}\right)$ , a 0 és a 3 is gyöke a  $2x^3 - 5x^2 - 3x = 0$  egyenletnek, és az egyenletnek ezeken kívül más valós gyöke nincs! (5 pont)

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!  
 $2\cos^3 x - 5\cos^2 x - 3\cos x = 0$  (6 pont)

c) Mutassa meg, hogy a  $2 \cdot 8^x + 7 \cdot 4^x + 3 \cdot 2^x = 0$  egyenletnek nincs valós gyöke! (5 pont)

12) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket!

a)  $2\sin x - 2\sin^2 x = \cos^2 x$  (5 pont)

b)  $25^{\lg x} = 5 + 4 \cdot 5^{\lg x}$  (7 pont)

14)

a) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol  $x$  és  $y$  pozitív valós számok!  

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 0,2 \\ \frac{\lg x + \lg y}{2} = \lg \frac{x+y}{2} \end{array} \right\} \quad (6 \text{ pont})$$

b) Oldja meg a  $[-\pi; \pi]$  halmazon a  $2\sin^2 x - \cos x = 2$  egyenletet! (6 pont)